## EXERCICE N°1 — 6 points — 35 ' — CONTRÔLE 2010

**1°)** Soit, dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E): 2\,z^2 - \sqrt{3}(\sqrt{3}+i)\,z + 1 + \sqrt{3}\,i = 0$

**a)** Vérifier que *1* est une racine de l'équation $(E)$.

**b)** Déduire l'autre racine de $(E)$.

Dans la suite, le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

**2°)** On considère les points $A$ et $B$ d'affixes respectives $z_A = \dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}$ et $z_B = iz_A$.

On désigne par $I$ le milieu de $[AB]$ et on note $z_I$ l'affixe de $I$.

**a)** Donner la forme exponentielle de $z_A$ et $z_B$.

**b)** Placer les points $A$,$B$ et $I$ dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$.

**3°) a)** Montrer que le triangle $OAB$ est isocèle et rectangle.

**b)** En déduire que $OI = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ et que $\left(\overrightarrow{\vec{u},OI}\right) \equiv \dfrac{7\pi}{12}[2\pi]$.

**c)** Ecrire $z_I$ sous la forme algébrique et en déduire la valeur exacte de $\cos\dfrac{7\pi}{12}$ et celle de $\sin\dfrac{7\pi}{12}$.

## EXERCICE N°2 — 5 points — 30 ' — PRINCIPALE 2011

**1°)** Montrer que $ie^{i\frac{\pi}{6}} = \left(e^{i\frac{\pi}{3}}\right)^2$.

**2°)** Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation.

$$(E): \quad z^2 - 2\left(e^{i\frac{\pi}{12}}\right)z + \left(1-i\right)e^{i\frac{\pi}{6}} = 0.$$

**3°)** Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On considère les points $A$,$B$ et $C$ d'affixes respectives $e^{i\frac{\pi}{3}}$, $e^{i\frac{\pi}{12}}$ et $e^{i\frac{\pi}{3}} + e^{i\frac{\pi}{12}}$.

**a)** Montrer que le quadrilatère $OACB$ est un losange.

**b)** Placer les points $A$,$B$ et $C$ dans un repère $(O,\vec{u},\vec{v})$.

**c)** Calculer l'aire du losange $OACB$.


: 23390248 - 29862267
Tous droits réservés © TakiAcademy.com

## EXERCICE N°3 — 3 points — 10 ' — PRINCIPALE 2012

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse correcte vaut 0,75 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

**1°)** La forme algébrique du nombre complexe $\sqrt{3}\,e^{i\frac{\pi}{6}}$ est

**a)** $\dfrac{3-i\sqrt{3}}{2}$, **b)** $\dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}$, **c)** $\dfrac{3+i\sqrt{3}}{2}$.

**2°)** Un argument du nombre complexe $(1-i\sqrt{3})i$ est

**a)** $\dfrac{\pi}{6}$ , **b)** $\dfrac{\pi}{2}$ , **c)** $\dfrac{-\pi}{3}$ .

**3°)** Le module du nombre complexe $1+e^{\frac{2i\pi}{3}}$ est égale à

**a)** 1, **b)** $\sqrt{2}$, **c)** 2.

**4°)** L'ensemble des points $M$ d'affixe $z$ tels que $\left(z-i\right)\left(\overline{z}+i\right)=1$ est

**a)** Un singleton, **b)** Une droite, **c)** Un cercle.

## EXERCICE N°4 — 6 points — 35 ' — CONTRÔLE 2012

Soit $\theta$ un réel de l'intervalle $[0,2\pi[$

**1°)** Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2-(4+e^{i\theta})z+2\,(2+e^{i\theta})=0$.

**2°)** Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points $I$ et $M$ d'affixes respectives 2 et $2+e^{i\theta}$.

Montrer que le point $M$ appartient au cercle $(\Gamma)$ de centre $I$ et de rayon *1.*

**3°)** Soit $A$ le point d'affixe $\dfrac{3}{2}-i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

**a)** Vérifier que $A$ appartient au cercle $(\Gamma)$. Construire le point $A$.

**b)** Montrer que le triangle $OAI$ est rectangle en $A$.

**c)** En déduire la valeur de $\theta$ pour laquelle le triangle $OAM$ est rectangle en $A$.


: 23390248 - 29862815
Tous droits réservés © TakiAcademy.com